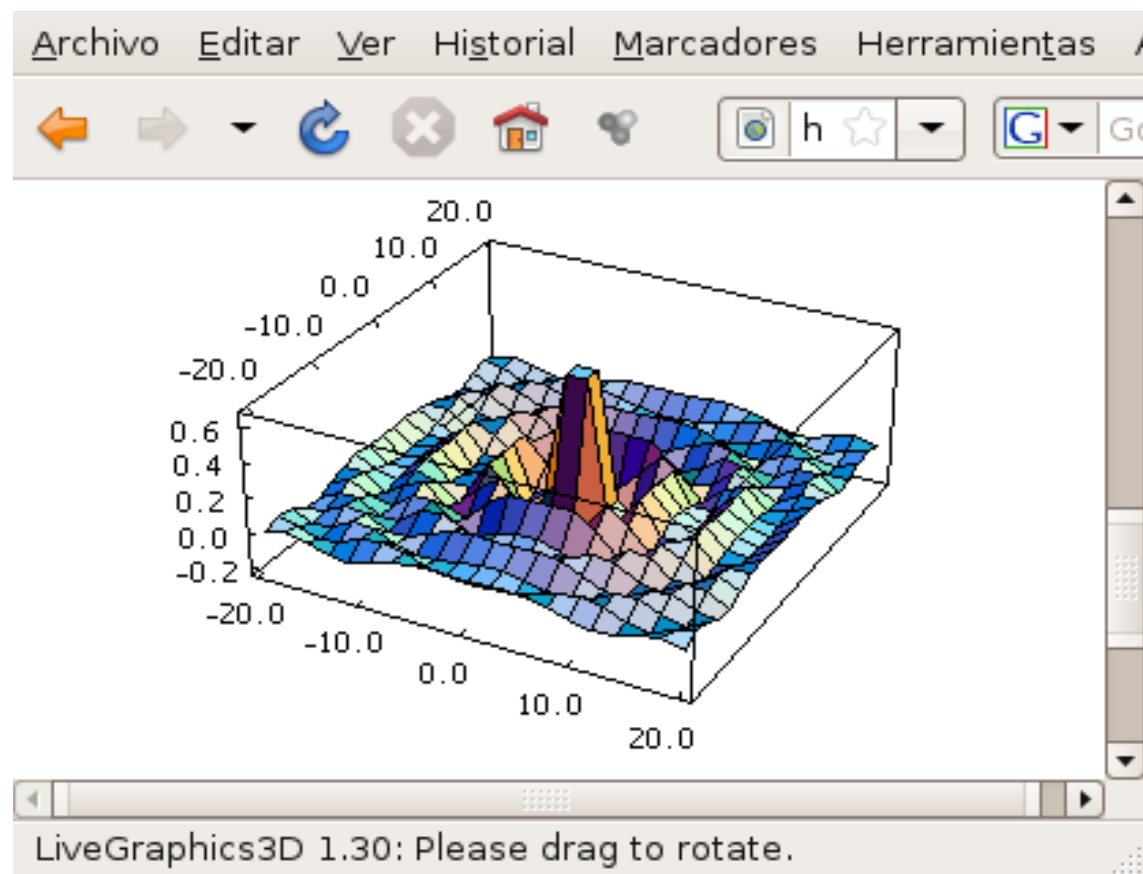


Matemáticas II

Límite y continuidad



$$\sin(\sqrt{x^2+y^2})/\sqrt{(x^2+y^2)}$$

¿en (0,0)?

Idea de límite

Si una variable v toma sucesivamente una serie de valores que se aproximan cada vez más a un valor constante L de forma que $|v - L|$ se mantiene menor que cualquier cantidad positiva arbitraria, decimos que v se aproxima a L , o que v converge a L . En símbolos, $v \rightarrow L$

Límite de una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$

Definición

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\textit{sen } x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \textit{sen} \frac{1}{x}$$

Caso de funciones de varias var.

Sean (a,b) un punto de $\mathbb{R}^2$ y $f(x,y)$ una función real definida en un conjunto que contiene a (a,b) (pero NO necesariamente en (a,b)). El límite de $f(x,y)$ es L cuando (x,y) se aproxima a (a,b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = L$$

si para cualquier $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$
tal que $|f(x,y) - L| < \epsilon$ si $0 < \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} < \delta$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^4}{x^2 + y^2}$$

Continuidad

Una función $f(x,y)$ con dominio D en $\mathbb{R}^2$ es continua en el punto (a,b) de D si

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = f(a,b)$$

Se dice que $f(x,y)$ es continua en D si lo es en cada punto de D .

Ejemplo. Estudiar la continuidad de

$$f(x,y) = \frac{y^4}{x^2 + y^2}$$