

Ejercicios 9

i)

$$1. \int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 xyz \, dx \, dy \, dz$$

$$2. \int_0^1 \int_0^x \int_0^y xyz \, dz \, dy \, dx$$

$$3. \int_0^\pi \int_0^x \int_0^{xy} x^2 \sin z \, dz \, dy \, dx$$

$$4. \int_0^1 \int_0^z \int_0^y ze^{y^2} \, dx \, dy \, dz$$

$$5. \int_1^e \int_0^y \int_0^{1/y} x^2 z \, dx \, dz \, dy$$

$$6. \int_1^2 \int_0^{y^2} \int_0^{z^2} yz \, dx \, dz \, dy$$

$$7. \int_1^2 \int_2^4 \int_0^3 1 \, dx \, dy \, dz$$

$$8. \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} 1 \, dz \, dy \, dx$$

ii) Sea M una constante. Justificar que

$$\int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} M \, dx \, dy \, dz = M(z_2 - z_1)(y_2 - y_1)(x_2 - x_1)$$

iii) Encontrar el volumen V de un sólido S limitado por los tres planos coordenados, acotado superiormente por el plano $x+y+z=2$ e inferiormente por el plano $z=x+y$.

iv) Demostrar que

$$\int_a^b \int_a^z \int_a^y f(x) \, dx \, dy \, dz = \int_a^b \frac{(b-x)^2}{2} f(x) \, dx$$